

Beadási határidő: május 20.

I. Többváltozós valós fvk derívése (parciális derívék, gradiens, totális/belső differenciál, érintő(hiper)sík)

① Adja meg az ~~össes~~ alábbi parciális derívt!

a)  $f(x,y) = \sqrt{x} - \frac{2x}{\sqrt{y}}$ ,  $f(x,y) = \frac{xy}{6}$ ,  $f(x,y) = xe^{xy}$ ,  $f(x,y) = x \ln y$

b)  $f(x,y) = 3x^4y^2 + \frac{x^2}{y^2+1}$ ,  $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2+5}{x_2+x_1}$ ,  $f(x,y) = \frac{x^2y+xy^2}{x^3\sqrt{y}}$ ,

$f(x,y) = \sqrt[3]{x^2y+100}$ ,  $f(x,y) = \sin(xy + \sqrt{y})$ ,  $f(x,y) = \ln(x^2 + \sqrt{xy})$

c)  $f(x,y,z) = e^{x^2+y^2+z^2}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^2}{x_2} + \sqrt{x_3}$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = 2^{x_1} \cdot x_2^2 \cdot 3^{x_3}$

② Adja meg a  $(\text{grad } f)(\underline{x})$ -t és  $(\text{grad } f)(\underline{x}_0)$ -t!

a)  $f(x,y) = \frac{1}{2} \sqrt[4]{x \cdot y^3}$ ,  $\underline{x}_0 = (1,1)$

b)  $f(x,y) = \sin^2 x + \cos^2 y$ ,  $\underline{x}_0 = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

c)  $f(x,y) = 10x^3y^2 + 2^{x+y}$ ,  $\underline{x}_0 = (1,1)$

d)  $f(x,y) = 5 \cdot \frac{\sqrt[3]{y^2} \cdot y}{\sqrt[4]{x^3} \cdot x^2}$ ,  $\underline{x}_0 = (1,1)$

③ Írja fel az  $\underline{x}_0$ -hoz tartozó érintő hiperfelületet és adjon közelítést ennek a segítségével  $f(\underline{x})$ -ra!

a)  $f(x,y) = x^2y + \frac{y^2}{x} + 2y$ ,  $\underline{x}_0 = (3,4)$ ,  $\underline{\tilde{x}} = (2,99 | 4,01)$

b)  $f(x,y) = \frac{1}{2} \sqrt[4]{x \cdot y^3}$ ,  $\underline{x}_0 = (1,1)$ ,  $\underline{\tilde{x}} = (0,98 | 1,01)$

c)  $f(x,y,z) = z \cdot \sqrt{y^2 + \frac{x}{2}}$ ,  $\underline{x}_0 = (10,2,4)$ ,  $\underline{\tilde{x}} = (10,02 | 1,98 | 3,99)$

d)  $f(x,y,z) = \ln \frac{x^2 \cdot z}{y-1}$ ,  $\underline{x}_0 = (16,5,8)$ ,  $\underline{\tilde{x}} = (15,98 | 5,02 | 8,01)$

## II. Ket-ill. háromdimenziós fr. feltétel nélküli lokális szélsőérték

(2)

1)  $f(x,y) = \frac{1}{100}x^2 - 10x + \frac{1}{300}y^3 - 9y + 20600 = \text{Eutr!}$

2)  $f(x,y) = -2x^2 - 2xy - 2y^2 + 36x + 42y - 158 = \text{Max!}$

3)  $f(x,y) = x^2 + y^2 - 6x + 8y + 35 = \text{Min!}$

4)  $f(x,y) = y^3 - 12y + 2(x+y)^2 - 8(x+y) = \text{Eutr!}$

5)  $f(x,y) = 2x + y + \frac{4}{xy} = \text{Eutr!} \quad (x \neq 0, y \neq 0)$

6)  $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz = \text{Eutr!}$

\* 7)  $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 3z^2 - xy + 2xz + yz = \text{Eutr!}$

8)  $f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 9xy - 9xz + 27x = \text{Eutr!}$

## III. Feltétel nélküli feladatok ependőre típusú mellékfeltétel mellett ket-ill. háromdimenziós célfüggvény esetén (helyettesítés ill. Lagr. módszer)

1)  $f(x,y) = x + 4y = \text{Min!}$   
 $\sqrt{xy} = 10$

2)  $f(x,y) = x^3 y^2 = \text{Eutr!}$   
 $x^2 - xy = 25$

3)  $f(x,y) = x^2 + y^2 = \text{Eutr!}$   
 $x^2 + xy + y^2 = 3$

4)  $f(x,y) = \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \text{Eutr!}$   
 $2x + 3y = 200$

5)  $f(x,y) = (x-1)^2 + y^2 = \text{Min!}$   
 $y^2 = 8x$

6)  $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 = \text{Max!}$   
 $x + 2y + z = 1$   
 $2x - y - 3z = 4$

7)  $f(x,y,z) = xy + xz = \text{Eutr!}$   
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

## IV. Parciális elasticitás $\left( \varepsilon_{f, x_i}(x) = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \cdot x_i}{f(x)} \right)$

Írja fel a parciális elasticitásokat  $x$  helyen ill.  $x_0$  helyen!

1)  $f(x,y) = x^3 - 2y^2$  ,  $x_0 = (1, 1)$

2)  $f(x,y,z) = \frac{2x^3 y^2}{\sqrt[3]{z^2}}$  ,  $x_0 = (-1, 1, -1)$