

2. HF / lineáris algebra / Lev. + N

2018/19 '1. félév / leadár: [2018. dec. 8.]

①

Gárdosághmatematika I

I. Műveleti mátrixokkal, vektorokkal

① $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\underline{C} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\underline{D} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\underline{H} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\underline{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\underline{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\underline{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Végezze el az alábbi műveleteket (ha lehet)

a) $\underline{A} \cdot \underline{a}$, $\underline{a} \cdot \underline{A}$, $\underline{B} \cdot \underline{a}$, $\underline{B} \cdot \underline{d}$, $\underline{C} \cdot \underline{a}$, $\underline{D} \cdot \underline{d}$, $\underline{H} \cdot \underline{c}$, $\underline{H} \cdot \underline{a}$

b) $\underline{a} \cdot \underline{c}$, $\underline{a}^T \cdot \underline{c}$, $\underline{b} \cdot \underline{d}$, $\underline{b}^T \cdot \underline{d}$, $\underline{d}^T \cdot \underline{b}$, $\underline{c}^T \cdot \underline{a}$

c) $\underline{A} \cdot \underline{H}$, $\underline{H} \cdot \underline{A}$, $\underline{A} \cdot \underline{B}$, $\underline{B} \cdot \underline{A}$, $\underline{A} \cdot \underline{C}$, $\underline{C}^T \cdot \underline{A}$, $\underline{B} \cdot \underline{C}$, $\underline{C} \cdot \underline{B}$, $\underline{C} \cdot \underline{D}$, $\underline{D} \cdot \underline{C}$

Oldja meg az alábbi mátrix egyenletet:

$$2 \cdot \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{C} + 3 \underline{X} = \underline{X} - 2 \underline{H} \quad , \quad \underline{X} = ?$$

② Legyenek a mátrixok ugyanazok mint az ① feleletben.

a) $(\underline{A} \cdot \underline{H})^T = ?$ $\underline{H}^T \cdot \underline{A}^T = ?$

d) $\underline{A}^2 = ?$ $(\underline{A}^2 = \underline{A} \cdot \underline{A})$

e) $\underline{H}^3 = ?$ $(\underline{H}^3 = \underline{H} \cdot \underline{H} \cdot \underline{H})$

b) $(\underline{C} - 3 \cdot \underline{B}^T) \cdot \underline{A} = ?$

c) $(2 \cdot \underline{C}^T + \underline{B}) \cdot \underline{D} = ?$

③ Oldja meg az alábbi LER-eket! (Gauss algoritmus)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5x - 7y + z = 1 \\ 10x - 14y + 2z = 7 \\ x - y + z = 3 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \cdot \underline{X} = \left[\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{array} \right]$$

$$x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + x_3 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = -7$$

$$2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

A kapott eredményt az eredeti LER-ek nemhelyettesítésére ellenőrizze, hogy jól számolt!

4. Haddozza meg a Gauss algoritmussal az alábbi mátrixok rangját!

mem. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

5. Adja meg az alábbi mátrixok inverzét (ha van) (ellenőrizze!)

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

mem. b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

(Gauss-alg.)

6. A mátrixok leperel ugyanazok, mint az 5. feladatban.

mem. Oldja meg az alábbi mátrix egyenleteket:

a) $\underline{A} \underline{X} + 2 \underline{B}^T = \underline{C}^2$, $\underline{X} = ?$

b) $\underline{X} \cdot \underline{B} + 2 \underline{A} = \underline{C}^T$, $\underline{X} = ?$

c) $\underline{A} \cdot \underline{X} \cdot \underline{B} = \underline{C}$, $\underline{X} = ?$

7. Számolja ki az 5. feladatbeli mátrixok determinánsait!