

① SzámSORZAT határértéke

1) $\lim \frac{200}{n\sqrt{n}} = ?$, $\lim \frac{\sqrt[3]{n}}{106} = ?$, $\lim \frac{3n+2}{100-n} = ?$, $\lim \frac{2n+1}{n^2-5} = ?$

$\lim \frac{(2n+1)(2n-1)}{1+2+\dots+n} = ?$, $\lim \frac{n^3-1}{(n-1)^3} = ?$, $\lim \frac{n^3+1}{(n+1)^2 \cdot 2n} = ?$, $\lim \frac{n^4+3n^2}{(n^2+1)^2} = ?$

2) $\lim \frac{1000-3^{2n}}{9^{n+1}+4^n} = ?$, $\lim \frac{2^n \cdot 3^{n+1}+20}{5^{n+2}-10} = ?$, $\lim \frac{16^{\frac{n}{2}+1}-2^{3n}}{2 \cdot 8^{n-1}+(2^n)^2} = ?$

3) $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) = ?$, $\lim \frac{200}{(\sqrt{2n}-\sqrt{2n-1})\sqrt{n}} = ?$, $\lim 3^{\frac{1}{n}} = ?$

Geometria sor összege

$\leq 2^{2n+1} \cdot 3^{2-n} = ?$, $\leq 6^{n+2} \cdot \left(4^{1-\frac{n}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = ?$, $\leq \frac{\sqrt{25}^{1-n}}{3^{-n-1}} = ?$

$\leq \frac{(\sqrt{2})^{2n+4}}{16^{\frac{n}{2}+1}}$, $\leq \frac{27^{\frac{n}{3}+1}-9^{\frac{n}{2}+1}}{49^{\frac{n}{2}+1}}$, $\leq \frac{8^{\frac{n}{3}+1}+4^{\frac{n}{2}}}{(\sqrt[3]{125})^{n+2}-125^{\frac{n}{3}}}$

Differencia egyenlet

a) $y_{n+1} = 0,5y_n + 5$ $y_0 = 0,9$	b) $x_{n+1} = 0,75x_n + 2$ $x_0 = 1$	c) $y_{n+1} = -0,75x_n + 7$ $y_0 = 1$	$y_n = ?$ $\lim y_n = ?$
--	---	--	-----------------------------

d) Egy család 40000 eur kölcsönt vesz fel, és minden év végén 8000 eur-t fizet vissza. A kamat 12%.

Mi a folyamat törlesztő egyenlete (d.a. eq.)?

Mennyi az addósság értéke n év múlva?

Mekkora kell fizetnie a törlesztő részletet, mire jár le?

e) Egy vállalkozás miatt egy nagy növekedés állatvilágba töltötte. Egy idő után észrevették, hogy évente 20. maddal érszül, és az a 0. év naponta 20%.

Mennyi maddal lesz 5 év múlva?

f) Egy falva populáció létszáma 1120. minden évben 15% -al nő a létszám.

Mennyi falva lesz a, 5 év, b, n év múlva, ha évente

(i) 120 lakost vesz

(ii) 200 lakost vesz?

②

- ③ Denials

a) $f = 2x^2 - 3x + 1$, $f = \frac{1}{3}x^3 - x$, $f = 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 6$

$$f = \frac{x^4}{2} - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - x, \quad f' = 4 \cdot (x^2 - 3x + 2), \quad f'' = \frac{x^3 - 2x + 4}{7}, \quad f''' = -\frac{1}{3}(3 + x - x^4)$$

$$b, f = (2x-3)(3x+2), f = (x^2-3x) \cdot (2x^2+x-3), f = 2x^3 \cdot (3x^4+7x),$$

$$f = (3x-2)^2, f = (2x-3)^3, f = (2-x)(2+x)^2, f = (x-2)^2(1+3x^2)$$

$$c) f = \frac{3x^3 - 6x^2}{x+1} \quad ! \quad f = \frac{5x^3 + 15x^2}{5x} \quad ! \quad f = \frac{(2x-3)^4}{(2x+3)^2} \quad ! \quad f = \frac{(3x+1)^3}{(9x-3)^2}$$

$$f = \frac{3x}{x^2+1}, \quad f = \frac{\sin 2x}{e^x}, \quad f = \frac{(x+1)^2}{x^3+1}, \quad f = \frac{\ln 2x}{x^2+2x}, \quad f = \frac{2x}{\sqrt{x+1}}$$

$$d_1) f = 2 \sinh x + 4 \cosh x, \quad f = 5(3 - \sinh x + \cosh x)$$

$$f = 3x \cdot \sin x, f = (1 - 2x + x^2) \cdot \cos x, f = 2x \cos x \cdot \sin x, f = 3 \sin^2 x$$

c) $f = \sqrt[3]{3x} - \sqrt[3]{x^2}$, $f = \sqrt[4]{3x^3} - \sqrt[3]{2x} + \sqrt{2x^3}$, $f = 3 \cdot x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}} + 4x^{-\frac{1}{2}}$

Adja meg az alábbi határértékeket a L'Hospital szabály segítségével! ③

$$\lim_{+\infty} \frac{x^2}{e^x}, \quad \lim_{+\infty} \frac{e^x}{x^3}, \quad \lim_0 \frac{5^x - 2^x}{x}, \quad \lim_0 \frac{e^{3x} - 1}{x}, \quad \lim_{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}, \quad \lim_{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

④ Fü. lokális szélsőértéke, érintő, monotonitás, görület (1. oldal, 2. oldal)

1, Írja fel a fü. x_0 -beli érintőegyenese-nek az egyenletét, majd adjon az $f(\bar{x})$ értéke közelítőit az érintő segítségével!

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln x, \quad x_0 = 1, \quad \bar{x} = 0.99$$

$$f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x_0 = 0, \quad \bar{x} = -0.01$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x}, \quad x_0 = 9, \quad \bar{x} = 8.98$$

2, Adja meg az alábbi fü. lokális szélsőérték helyeit és értékeit!

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x, \quad f(x) = 2x^2 - x^4, \quad f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2$$

3, Végezzen teljes fü. vizsgálatot és rajzolja fel a fut! (1. oldal, 2. oldal)

$$(a) f(x) = -4x^5 + 15x^3, \quad (b) f(x) = \frac{1}{8}(x^4 - 4x^3 + 8), \quad (c) f(x) = x^3 + \frac{x^4}{4}$$

$$(d) f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^3}, \quad (e) f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

⑤ Integrálás, Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (12x^5 + 5\sqrt{x^3} + \sqrt[5]{x^3} + \frac{3}{x^4} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}), \quad \int \left(\frac{1}{x} + e^x + 2^{x+1} + 2 \cdot \ln x \right),$$

$$\int \left(\frac{2x^3}{x\sqrt{x}} + e^{3x} \cdot e^{-x-1} + 2 \cos 3x \right), \quad \int \left(\frac{x^5 + 3x^2 - 2x}{x} + \frac{x^2 - 4}{x+2} + 3 \left(\frac{x^3 - 1}{x-1} \right) + (x+1)^{10} \right)$$

$$\int \left[(2x+1)^7 - \frac{5}{(x-3)^3} + x^{-3} + 2x^{\frac{3}{2}} + (x+2)^{\frac{4}{3}} \right], \quad \int \left(\frac{3}{\sqrt{2x+3}} + \frac{2}{\sqrt[3]{(x+1)^{21}}} + \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} \right)$$

Számítsa ki az alábbi határozott integrálok értékeit!

$$\int_0^1 2x^2, \quad \int_0^1 (2+4x^2), \quad \int_0^2 (\sqrt{9x} + \frac{x^2}{3} + e^{2x}), \quad \int_2^4 \left(\frac{x^2+x}{2x} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right), \quad \int_1^2 (\sqrt{x} + 3 \cdot 2^{x-1})$$

$$\int_0^3 \frac{x e^{2x} + 2x^3}{x^2}, \quad \int_{-3}^{-1} \left(\frac{4x+1}{x^3} \right), \quad \int_1^2 \left(2 + \frac{3}{x^2} + 3^x \right), \quad \int_0^\pi \sin x, \quad \int_0^{2\pi} \sin x, \quad \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos x$$

(4)

Határozza meg a fr. grafika és az x tengely közé eső tartomány területét,
ha $I = [a, b]$: (Kétszeresítsd!)

a, $f(x) = \sqrt{x}$, $[a, b] = [1, 9]$

d, $f(x) = \sqrt{1-x}$, $[a, b] = [-8, 1]$

b, $f(x) = e^{-x}$, $[a, b] = [0, 2]$

e, $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $[a, b] = [1, 4]$

c, $f(x) = x^2 \cdot \frac{1}{4}$, $[a, b] = [-4, 4]$

Adja meg a két fr. grafika közé eső tartomány területét!

a, $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$

b, $f(x) = 4x$, $g(x) = x^2 + 2x - 3$

c, $f(x) = 2\sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt{1-x}$

Nappali tapasztalat hallgatóknak a leendő hokaidó: (1. zh)

Levelező hallgatóknak: nov. 3.
